

Beispiel 1:

Man bestimme gemeinsame Eigenschaften der Zahlen

- a) 5 und 10,
- b) 5 und 2021,
- c) 10 und 2021.

Beispiel 2:

Man bestimme die kleinste natürliche Zahl, die genau

- a) 2 Teiler hat,
- b) 3 Teiler hat,
- c) 4 Teiler hat,
- d) 5 Teiler hat.

Beispiel 3:

Man bestimme die größte natürliche Zahl, die kleiner als 2021 ist und genau

- a) 2 Teiler hat,
- b) 3 Teiler hat,
- c) 4 Teiler hat,
- d) 5 Teiler hat.

Beispiel 4:

Man bestimme alle natürlichen Zahlen n , die genau 4 Teiler haben und für die gilt, dass die Summe dieser Teiler ungerade ist.

Beispiel 5:

Man bestimme alle natürlichen Zahlen n , die genau 6 Teiler haben, deren Summe kleiner als 64 ist.

Beispiel 6:

Man bestimme alle natürlichen Zahlen n , die genau 5 Teiler haben und die Ungleichung $n^2 < 2021$ erfüllen.

Beispiel 7:

Die Zahl T hat folgende interessante Eigenschaft: T lässt sich als Produkt von zwei positiven ganzen Zahlen schreiben und, wenn man jeden dieser Faktoren um 10 vergrößert und dann miteinander multipliziert, erhält man ein Produkt, das um 1000 größer ist als T .

Zahlen mit dieser Eigenschaft nennen wir „Tolle Zahlen“.

Man bestimme die Anzahl aller „Tollen Zahlen“ und insbesondere die kleinste und die größte „Tolle Zahl“.

Beispiel 8:

Man beweise, dass es nicht möglich ist, dass zwei Quadratzahlen die Differenz 2022 haben.

Beispiel 9:

Bestimme die Anzahl der Zahlenpaare (x, y) mit $x, y \in \mathbb{N}$, die folgende Gleichung erfüllen:
 $20x^2 + 21y^2 = 2022$.

Beispiel 10:

Man beweise: $2020^n + 2021^{2n} + 2022^{3n}$ ist für keine positive ganze Zahl n eine Quadratzahl.

Beispiel 11:

Man zeige, dass es keine ganzen Zahlen x und y gibt, für die $4x^2 - 3y^2 = 2021$ gilt.

Beispiel 12:

Bestimme alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung:

$$2020x + 2021 = 2022x^2.$$

Beispiel 13:

Bestimme alle natürlichen Zahlen n , für die gilt:

$$2^n - 1 = 2021n^2.$$

Beispiel 14:

Ist die Zahl $z = 2020^{2021} + 1$ eine Primzahl?

Anzahl der Teiler:

Sei n eine zusammengesetzte Zahl mit $n = p^k \cdot q^l$, wobei p und q Primzahlen sind.

Dann ist $(k + 1) \cdot (l + 1)$ die Anzahl der Teiler von n .

Begründung: Die Hochzahlen k und l können jeweils die Werte von 0 bis k bzw. l annehmen und das sind $k + 1$ bzw. $l + 1$ Möglichkeiten und daher $(k + 1) \cdot (l + 1)$ Kombinationen.