

Suchen nach der schönsten Aufgabe - Wie entstehen mathematische Wettbewerbe?

Robert Geretschläger, Graz

ÖMG Lehrertag, Universität Wien am 29.4.2011

Die meisten Teilnehmer und Teilnehmerinnen an mathematischen Wettbewerben machen sich wohl kaum darüber Gedanken, wie die Aufgaben für den jeweiligen Wettbewerb ausgesucht werden. Man erwartet einfach, dass die Aufgaben korrekt, fachlich packend, lösbar und möglichst originell sein sollen. Die Prozesse, die zur Aufgabenauswahl führen, sind aber komplex und interessant, mit vielen inhaltlichen und organisatorischen Aspekten, an die man normalerweise nur denkt, wenn man selbst daran beteiligt ist.

Anhand der Beispiele der Internationalen Mathematikolympiade und des Känguru der Mathematik möchte ich im Folgenden einen Einblick in die Hintergründe der Auswahlprozesse derartiger Wettbewerbe geben, und auf einige relevante Fragen dazu eingehen. Wie werden Aufgaben für die Wettbewerbe entwickelt und wer schlägt sie vor? Wie werden sie ausgewählt, welche scheiden aus? Wie weit wird der Zusammenhang zu Lehrplänen und zum Schulalltag berücksichtigt? Welche Rolle spielt fachliche und fachdidaktische Forschung bei der Aufgabenauswahl?

1 Organisationsformen der großen internationalen Mathematikwettbewerbe

Die Internationale Mathematikolympiade (kurz IMO) ist gewissermaßen die Königsklasse der mathematischen Schülerwettbewerbe. Seit 1959 messen sich dabei alljährlich die besten sechs (früher acht) Schüler/innen jedes teilnehmenden Landes im Beweisen von Sätzen aus dem Bereich der reinen Mathematik. Waren es zu Beginn noch sieben Nationen, die Teilnehmer und Teilnehmerinnen zum Wettbewerb entsandten, erwartet man für die heurige 52. IMO in den Niederlanden fast 600 Teilnehmer und Teilnehmerinnen aus 105 Nationen.

Zur Teilnahme an der IMO qualifiziert man sich in den meisten Ländern über die jeweiligen nationalen Olympiaden, und auch in Österreich führt der Weg zum IMO seit 42 Jahren über die Österreichische Mathematikolympiade (ÖMO). Bei der IMO treffen sich viele der begabtesten und begeistertsten Jungmathematiker/innen aus der ganzen Welt, und für viele von ihnen beginnt mit ihrer IMO-Teilnahme eine wissenschaftliche Karriere in Forschung oder Lehre.

Eine typische (leichtere) IMO Aufgabe ist etwa die folgende erste Aufgabe der 51. IMO 2010:

Man bestimme alle Funktionen $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, so dass die Gleichung

$$f(\lfloor xy \rfloor) = f(x)\lfloor f(y) \rfloor$$

für alle $x, y \in \mathbf{R}$ gilt. (Hierbei bezeichnet $\lfloor z \rfloor$ die größte ganze Zahl, die nicht größer als z ist.)

Es läßt sich leicht bestätigen, dass jede Funktion der Gestalt $f(x) = c$ mit $c = 0$ oder $1 \leq c < 2$ diese Bedingung erfüllt. Nicht ganz so leicht ist es nachzuweisen, dass dies keine andere Funktion kann. Immerhin 295 Teilnehmer/innen ist dies beim Wettbewerb fehlerlos gelungen.

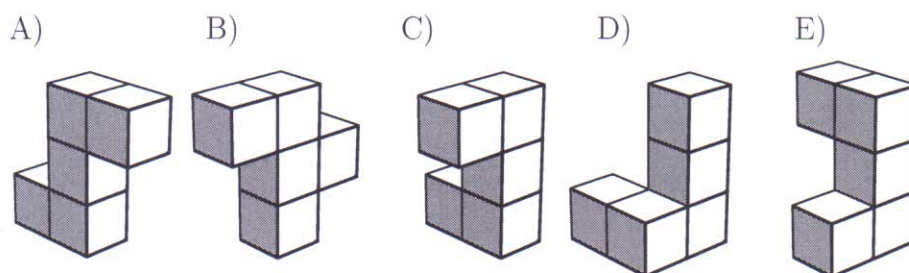
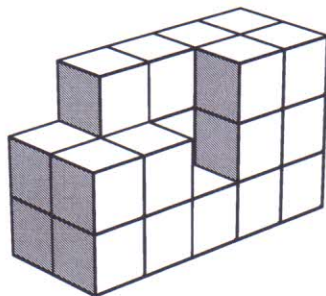
Ist die IMO so etwas wie die Weltmeisterschaft für Schüler/innen in der reinen Mathematik, so ist das Känguru der Mathematik so etwas wie der zugehörige Breitensport. Die Intention des Kängurus (der seinen Namen vom schon länger durchgeführten Australian Mathematics

Competition ableitet) ist es, möglichst vielen Schüler/innen zu zeigen, wie viel Spaß das logische Spielen beim Lösen mathematischer Aufgaben machen kann.

Der Wettbewerb in der jetzigen Form wurde 1991 in Frankreich initiiert, und wird seit 1995 international durchgeführt. In Österreich gibt es ihn seit 1999 als nationalen Bewerb. In diesem Jahr (2011) haben in 51 Länder bereits 6 Millionen Teilnehmer die im multiple choice Format konzipierten Aufgaben aus den fünf Alterskategorien zu beantworten versucht.

Eine typische Känguruaufgabe ist etwa die folgende Aufgabe 6 aus der Kategorie Benjamin (für die 5. und 6. Schulstufe) des Jahres 2011:

Welchen der folgenden Teile brauche ich, um den abgebildeten Quader zu vervollständigen?



Die richtige Antwort ist natürlich E.

Die Bedeutungen dieser Aktivitäten für die Schule sind vielfältig. Die Popularisierung des Faches Mathematik wird mit einer Vielzahl verschiedenartiger Aktionen vorangetrieben, und das Känguru reiht sich darunter ein. Wer schon einmal die Stunden und Tage nach einem solchen Wettbewerb in der Schule miterlebt hat, weiß wie sehr die Aufgaben zu angeregten fachlichen Diskussionen unter den Teilnehmer/innen führen. Ein schöneres Indiz für die Wirkung der Aufgaben kann man sich in der Schule wohl nicht wünschen. Natürlich ergeben sich beim Känguru, wie bei jedem Wettbewerb, irgendwelche Sieger, und unter ihnen gibt es oft mathematische Talente zu entdecken, deren Neigung zum Fach aus verschiedenen Gründen im alltäglichen Unterricht vielleicht nicht so sehr aufgefallen sein mag. Dies ist zumindest auch ein angenehmer Nebenaspekt des Känguruwettbewerbs.

Den wohl wichtigsten Aspekt der Mathematikolympiade in Bezug auf die Schule stellen wohl die Vorbereitungskurse dar. Diese ermöglichen interessierten Schüler/innen eine vertiefte Auseinandersetzung mit den Inhalten der reinen Mathematik, wie sie in unserer Schulorganisation sonst nirgends möglich sind. Die Wettbewerbe am Ende des Prozesses geben den Impuls zu dieser Auseinandersetzung, aber der Hauptgewinn liegt für die meisten im Kurs selbst.

2 Der Aufgabenauswahlprozess der IMO

Die Auswahl der Aufgaben für die IMO ist (derzeit noch) im höchsten Maß demokratisch. Im folgenden wird das Verfahren beschrieben, das im Wesentlichen seit Beginn der IMO vor über 50 Jahren besteht, das aber schon in den nächsten Jahren möglicherweise grundlegend verändert werden wird.

