**„Kombinatorik“**

1. Von den 64 Quadraten eines 8x8 Schachbretts werden zwei diagonal gegenüberliegende Quadrate entfernt. Ist es möglich, das restliche Brett mit 31 Dominos (deren Quadrate gleich groß wie die des Schachbretts sind) vollständig zu überdecken?
2. Auf einem Feld eines 5x5 Schachbretts steht ein Springer. Ist es möglich, dass sich dieser Springer so auf dem Brett bewegt, dass er jedes Feld genau einmal besucht und am Ende seines Wegs wieder auf das Ausgangsfeld zurückkehrt? Wenn ja, wie sieht der Weg aus, der zurückgelegt wurde? Wenn nein, warum nicht?
3. Alfons und Beate spielen ein Zahlenzählspiel. Alfons sagt entweder „1“ oder „1,2“ oder „1,2,3“. Danach zählt Beate weiter, und sagt ebenfalls wahlweise eine Zahl, zwei oder drei, wobei sie insgesamt in der üblichen Reihenfolge weiterzählen; nach „1,2“ von Alfons kann sie z.B. „3,4,5“ weiterzählen. In jedem Zug muss jeder Spieler mindestens eine Zahl sagen und darf höchstens drei Zahlen sagen. Der erste Spieler, der „13“ sagt, verliert das Spiel. Welche der beiden hat eine zwingende Gewinnstrategie bei optimaler Spielweise beider Spieler?
4. Auf einem rechteckigen karierten Papier spielen Clara und Daniel folgendes Spiel: Die beiden ziehen abwechselnd, Clara beginnt. Ein Zug besteht darin, von einem Kästchen, eine waagerechte oder senkrechte Kante einzufärben – Clara verwendet blau, Daniel grün. Claras Ziel ist es, eine geschlossene blaue Kurve zu erzeugen; Daniels Ziel ist es, dies zu verhindern. Wer gewinnt?
5. Ein Drache habe 100 Köpfe. Ein Ritter kann jeweils auf einen Streich 15, 17, 20 oder 5 Köpfe abschlagen – dann wachsen aber jeweils 24, 2, 14 bzw. 17 Köpfe nach. Kann der Ritter alle Köpfe des Drachen abschlagen?
6. An einer Abendgesellschaft nehmen 6 Personen teil. Je zwei von ihnen sind entweder miteinander befreundet oder nicht. Beweise, dass es sicher eine Gruppe von drei in der Gesellschaft gibt, unter denen alle drei entweder miteinander befreundet sind, oder unter denen keine zwei miteinander befreundet sind.
7. Im Inneren eines Quadrats mit der Seitenlänge 3 werden 10 Punkte rot gefärbt. Beweise, dass es darunter sicher zwei Punkte geben muss, deren Abstand kleiner als $\sqrt{2}$ ist.
8. Gegeben seien 7 paarweise verschiedene positive ganze Zahlen mit der Summe 100. Gibt es darunter sicher 3 Zahlen, deren Summe mindestens 50 ist? Wenn ja, warum? Wenn nein, bestimme man eine Menge von 7 Zahlen, für die dies nicht der Fall ist.